

# محاضرات الدفتر

القسم: رياضيات / جبر السنة: الرابعة المادة: نظرية المجموعات والمحاضرة: السابعة

مبرهنة  
إذا كانت  $x$  و  $y$  مجموعتين غير خاليتين وكان  $x \cap y$  مجموعة غير خالية  
فإن  $x = y$  في الشرط التالي فحقته:

$$\begin{aligned} x \cap z &= y \cap z \\ x \cup z &= y \cup z \end{aligned} \Rightarrow x = y$$

البرهان:

$$x \cup z = y \cup z \quad \& \quad x \cap z = y \cap z$$

$$x \cap (y \cup z) = x \cap (x \cap z) = x$$

$$\begin{aligned} (x \cup y) \cap (x \cup z) &= (x \cup y) \cap (y \cup z) \\ &= ((x \cap z) \cup y) \cap (y \cup z) = y \cup z = y \end{aligned}$$

$$\Rightarrow x = y$$

التحسين: لنفرض أن الشرط  $x \cap y \neq \emptyset$  غير متحقق  
من افتراض الشرط  $x \cap y \neq \emptyset$  البرهان الإضافي نستنتج أن المجموعة  $x$  متساوية  
للمجموعة  $y$  أي  $x = y$  عناصر  $x, y \in E$  ومبرهنات أ.ت.

$$\begin{aligned} a &= (x \cap z) \cup (z \cap (x \cup y)) \\ b &= (y \cap z) \cup (x \cap (y \cup z)) \end{aligned} \quad \text{--- (1)}$$

مبدأ  $x \cap y \neq \emptyset$  والشرط متحقق في  $x$

$$\begin{aligned} a &= ((x \cap z) \cup z) \cap (x \cup y) \\ b &= ((y \cap z) \cup z) \cap (y \cup x) \end{aligned} \quad \text{--- (2)}$$

$$\begin{aligned} \text{لأن } x \cap y \neq \emptyset \text{ متحقق في } y \\ \text{من (2) } a \cap y &= ((x \cap z) \cup z) \cap (x \cup y) \cap y = ((x \cap z) \cup z) \cap y \\ &= (x \cap z) \cup (z \cap y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{من (2) } b \cap x &= ((y \cap z) \cup z) \cap (y \cup x) \cap x = ((y \cap z) \cup z) \cap x \\ &= (y \cap z) \cup (z \cap x) \\ \Rightarrow a \cap y &= b \cap x \quad \text{--- (3)} \end{aligned}$$

٤٠



# محاضرات الدفتر

المحاضرة :

المادة :

السنة :

القسم :

$$\begin{aligned} a \vee y &= y \vee (x \wedge y) \vee (z \wedge (x \vee y)) = y \vee (z \wedge (x \wedge y)) \\ &= (y \vee z) \wedge (x \vee y) \end{aligned}$$

من التمثيل

$$\begin{aligned} b \vee y &= y \vee (y \wedge z) \vee (x \wedge (y \vee z)) = y \vee (x \wedge (y \vee z)) \\ &= (y \vee x) \wedge (y \vee z) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow a \vee y = b \vee y \quad (u)$$

من (u) نستنتج بالاعتماد على الترميز أن  $a \wedge x = b \wedge x \Leftrightarrow a = b$  بالرجوع إلى ذلك

$$\begin{aligned} a \wedge x &= ((x \wedge y) \vee z) \wedge (x \vee y) \wedge x = ((x \wedge y) \vee z) \wedge x \\ &= (x \wedge y) \vee (z \wedge x) \end{aligned}$$

استخدام التمثيل التوليقي

$$\begin{aligned} b \wedge x &= ((y \wedge z) \vee x) \wedge (y \vee z) \wedge x = ((y \wedge z) \vee x) \wedge x \\ &= x \wedge (y \vee z) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow x \wedge (y \vee z) = (x \wedge y) \vee (z \wedge x) \Rightarrow \text{عند تبسيطه}$$

المفهوم النسبي : يتم تعريفه كما يلي

ليكن  $x$  نسبة ما ، ليكن المجال  $[a, b]$  حيث  $a < b$

تعريفه

إذا كانت  $x \in [a, b]$  فإننا نسمي  $x$  بالنسبة  $[a, b]$  كما نسمي  $[a, b]$  بالنسبة

$$x \wedge y = a \quad x \vee y = b$$

فيكون ما يلي

ملحوظة :

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \text{ إذا } a < y < x < b \text{ بالنسبة إلى المجال } [a, b] \text{ فإن } y \in [a, b] \text{ و } x \in [a, b] \\ y \wedge x = a, \quad x \vee y = b \end{aligned}$$

$$\textcircled{2} b \text{ هو العنصر الوحيد لـ } a \text{ بالنسبة إلى المجال } [a, b]$$

$\textcircled{3}$  يمكن أن يكون العنصر  $x$  بالنسبة  $[a, b]$  معتمداً على  $a$  و  $b$  أن يكون  $a$  و  $b$  متساويين



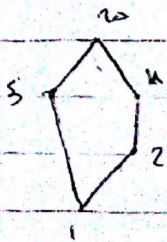
# محاضرات الدفتر

المحاضرة :

المادة :

السنة :

القسم :



مثال :

تكن الشبكة  $(V, E)$  حيث  $V = \{1, 2, 3, 4\}$  المرتبة بالترتيب  
في الجدول  $[a, b]$  لدرجة  $2$  لارتداد  $2$  في  $2$   
في الجدول  $[1, 20]$  لدرجة  $2$  لارتداد  $2$  في  $2$  و  $4$  مرات المقم  
النسبة للعدد  $2$  و  $4$  و  $20$  النسبة للعدد  $2$  و  $4$  و  $20$

مبرهنة :

لأن  $x$  شبكة  $[a, b]$  مجال  $x$  و  $x$  عنصر من المجال  $[a, b]$   
(إذا كانت  $x$  حصرية فإن المقامات النسبية الثلاثة للعدد  $x$  تكون متعارضة  
فيها  $x$   
إذا كانت  $x$  متوسية فإن المقامات النسبية الثلاثة للعدد  $x$  تكون متعارضة  
فيها  $x$

البرهان :

إذا كانت  $x$  متوسية فإن النسبة  $x$  هي

$$x \wedge y_1 = a = x \wedge y_2$$

$$x \vee y_1 = b = x \vee y_2$$

فإذا كانت  $x$  متوسية فإن النسبة  $x$  هي  $x \wedge y_1 = a = x \wedge y_2$   
وإذا كانت  $x$  متوسية فإن النسبة  $x$  هي  $x \vee y_1 = b = x \vee y_2$   
فإذا كانت  $x$  متوسية فإن النسبة  $x$  هي  $x \wedge y_1 = a = x \wedge y_2$   
وإذا كانت  $x$  متوسية فإن النسبة  $x$  هي  $x \vee y_1 = b = x \vee y_2$

تعريف :

تقول عن الشبكة  $x$  أن  $x$  متوسية إذا كانت  $x$  متوسية في المجال  $[a, b]$  و  $x$  متوسية  
في المجال  $[a, b]$  و  $x$  متوسية في المجال  $[a, b]$

الشبكة المتوسية :

تقول عن الشبكة  $x$  أن  $x$  متوسية إذا كانت  $x$  متوسية في المجال  $[a, b]$  و  $x$  متوسية  
في المجال  $[a, b]$  و  $x$  متوسية في المجال  $[a, b]$







# محاضرات الدفتر

المحاضرة :

المادة :

السنة :

القسم :

نوع الشبكة (ع, د, م) تكون متعة لاند اول اي  $X \in E$   $X$   $C_x$  هو متعة  
و حسب المتعة  $X$

ملاحظة:  
لذا الشبكة التوزيعية كل عنصر على  $X$  المركز متعة و حسب

المبرهنات:  
نتبع من المبرهنات التوزيعية حيث ان كل عنصر في الشبكة التوزيعية على متعة نسبي واحد  $X$   
المركز اي  $C_x$  اي عنصر  $X$  على متعة (متعة نسبي بالنسبة للجدول  $[a, b]$ ) واحد  $X$   
الآن حسب المبرهنات التوزيعية

ملاحظة:  
اذا كانت الشبكة المتعة متعة لاند (توزيعية)  $X$   $C_x$  متعة نسبي

المبرهنات:  
ليكن  $[a, b]$  جدول من الشبكة  $E$  للمبرهنات وليكن  $x \in [a, b]$  وليكن  $x'$  متعة  $x$   
و لنفرض ان  $y = (a \vee x') \wedge b$  و  $y = a \vee (x' \wedge b)$  (لأن الشبكة متعة نسبي)

$$\begin{aligned} y \wedge x &= (a \vee x') \wedge b \wedge x = (a \vee x') \wedge x \\ &= a \vee (x' \wedge x) \quad \text{(توزيعية)} \\ &= a \vee 0 = a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y \vee x &= (a \wedge (x' \wedge b)) \vee x = (a \vee x') \vee (x' \wedge b) \\ &= x \vee (x' \wedge b) \quad \text{(توزيعية)} \\ &= (x \vee x') \wedge b \\ &= 1 \wedge b = b \end{aligned}$$

ايضا  $x$  هو متعة نسبي للمظهر  $x$  في الجدول  $[a, b]$  و بالتالي الشبكة متعة نسبي

انتهت الى هنا